ECONOMETRÍA
APLICADA UTILIZANDO R.

PAPIME PE302513 LIBRO ELECTRÓNICO Y COMPLEMENTOS DIDÁCTICOS EN MEDIOS COMPUTACIONALES, PARA EL FORTALECIMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA ECONOMETRÍA

Capítulo 8.

AUTOCORRELACIÓN SERIAL

Roldán Andrés Rosales

Objetivo

El propósito de este capítulo es que el usuario conozca el problema de la autocorrelación serial en un modelo de MCO, así como los principales factores que causan este problema, asimismo se expondrán las consecuencias de la autocorrelación y los posibles ajustes para corregir este caso.

Introducción

Uno de los supuestos importantes del modelo de regresión lineal es que los errores son aleatorios o no correlacionados, por lo que si se viola este supuesto se tiene un problema de correlación serial o autocorrelación.

En este capítulo se aborda el problema de la autocorrelación serial. Este problema se define como la correlación existente entre los miembros de una serie de observaciones ordenadas en el tiempo. Esta autocorrelación puede ser generada por diversas circunstancias i) Errores de especificación como la omisión de variable(s) relevante(s), existencia de relaciones dinámicas no recogidas en el modelo o formulación de una relación funcional lineal incorrecta; ii) Existencia de efectos de proximidad entre las observaciones y iii) manipulación de la información.

Este problema presenta una serie de consecuencias similares a la de la heteroscedasticidad como: El estimador de MCO es todavía lineal e insesgado pero no es de mínima varianza y existe otro estimador lineal más eficiente o los intervalos de confianza y los estadísticos habituales para el contraste de la hipótesis no son adecuados.

Para detectar la autocorrelación y dar solución al problema se pueden utilizar métodos gráficos y contrastes de hipótesis. Donde graficar los errores o residuos contra alguna de las variables, proporciona información útil pero no deja de ser una prueba cualitativa, sin embargo existen pruebas cuantitativas formales para detectar la autocorrelación una de las mas comunes, la prueba de Durbin-Watson.

¿Qué es la Autocorrelación?

- En los libros tradicionales de texto se define como:

"la correlación entre miembros de series de observaciones ordenadas en el tiempo (como en datos de series de tiempo) o en el espacio (como en datos de corte transversal)" (Gujarati, 2004:426).

- Es decir:

  La autocorrelación es un caso particular del modelo de regresión generalizado que se produce cuando las perturbaciones del modelo presentan correlaciones entre ellas y supone que la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones presentan valores distintos de cero en los elementos que están fuera de la diagonal principal (Gujarati, 2004; Griffiths y Judge, 1993).

La autocorrelación es expresada formalmente como:

$$\rho = \frac{\gamma s}{\gamma o}$$

Donde:

$$\gamma_s = E(e_t e_{t-1});\ y\ \gamma = E(e^2) = \sigma_e^2$$

Causas de la Autocorrelación

Regularmente la autocorrelación está asociada a datos de series de tiempo y sus principales causas son:

i. Errores de especificación en el modelo como la omisión de variable(s) relevante(s), existencia de relaciones dinámicas no recogidas en el modelo o formulación de una relación funcional lineal incorrecta.

ii. Existencia de efectos de proximidad entre las observaciones.

iii. Manipulación de la información.

Consecuencias de la Autocorrelación Serial

i. El estimador de MCO es todavía lineal e insesgado pero no es de mínima varianza y existe otro estimador lineal más eficiente.

ii. Las varianzas y covarianzas de los estimadores MCO son sesgados.

iii. Los intervalos de confianza y los estadísticos habituales para el contraste de la hipótesis no son adecuados

iv. El estadístico R^2 es sesgado.

v. Por estos motivos, el estimador de MCO deja de ser óptimo, eficiente y los contrastes usuales quedan invalidados.

vi. Es posible encontrar otro estimador y este estimador cae dentro de los estimadores de mínimos cuadrados generalizados MCG.

Formas para Detectar el Problema de Autocorrelación Serial

Para detectar el problema de autocorrelación se pueden utilizar métodos:

i. Gráficos
ii. Por contrastes de hipótesis
iii. Por medio de un examen visual de las perturbaciones, lo cual permitirá conocer la presencia de la autocorrelación. Aunque es una forma subjetiva de probar la existencia de la autocorrelación, existen pruebas formales para detectarla.

i. Forma Gráfica

- El método gráfico El graficar los errores o residuos contra alguna de las variables, proporciona información muy útil no solamente sobre la autocorrelación sino también sobre la heteroscedasticidad y el sesgo de especificación problemas que están presentes en el caso de observarse un patrón definido en el comportamiento de los errores.

- Con frecuencia un examen visual de las perturbaciones nos permitirá conocer la presencia de la autocorrelación. Aunque es una forma subjetiva de probar la existencia de la autocorrelación, existen pruebas formales para detectarla.

Para detectar el problema de Autocorrelación primero se tiene que plantear la siguiente hipótesis:

$$Ho = No\ Aautocorrelación\ Serial$$

$$Ha = Autocorrelación\ Serial$$

ii. Forma por Contraste de Hipótesis

Se tiene la siguiente hipótesis:

$$Ho = No\ Aautocorrelación\ Serial$$

$$Ha = Autocorrelación\ Serial$$

Prueba Durbin-Watson

- Esta prueba es la más conocida para detectar la existencia de la autocorrelación serial. Siguiendo a Griffiths y Judge (1993) y Quintana y Mendoza (2008) podemos expresarla de la siguiente forma:

$$d = \frac{\sum_{t-2}^{n}(\hat{e}_t - \hat{e}_{t-1})^2}{\sum_{t-1}^{n}\hat{e}_t^2} = \frac{\sum \hat{e}_t^2 + \sum \hat{e}_{t-1}^2 + 2\sum \hat{e}_t\hat{e}_{t-1}}{\sum \hat{e}_t^2}$$

Para Muestras Grandes

- Se considera que las sumas de los residuales en el periodo t y en el t-1 son similares por lo que Durbin-Watson sería:

$$d \cong \frac{2\sum \hat{e}_t^2 - 2\sum \hat{e}_t^2 \hat{e}_{t-1}^2}{\sum \hat{e}_t^2} = 2(1-\hat{\rho})$$

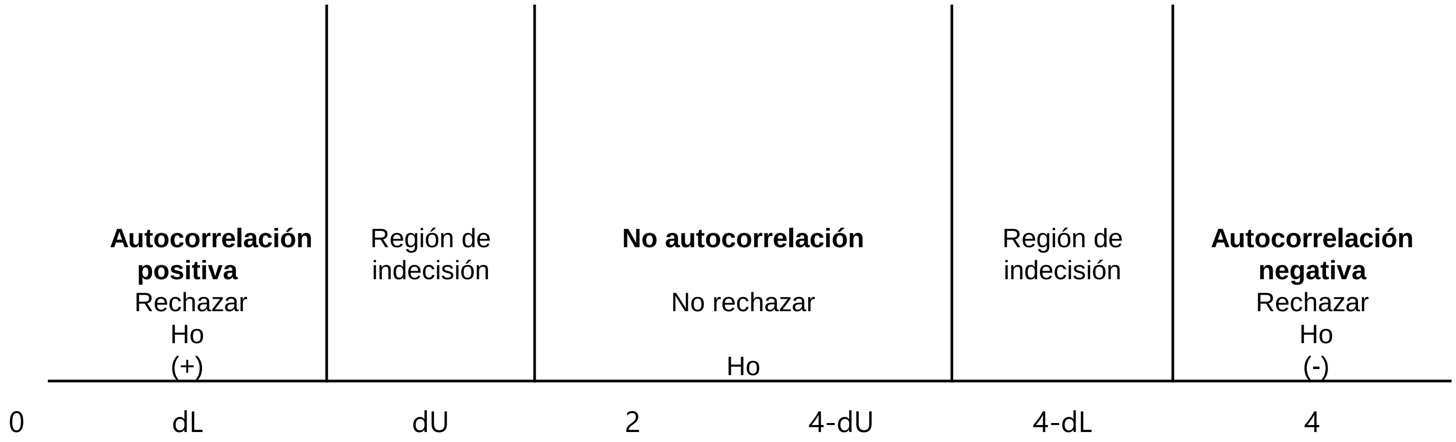
- Se comprueba la existencia de Autocorrelación serial de primer orden:

Si $\hat{\rho} = -1 \;\therefore d \approx 4$ *Existe Autocorrelación Negativa.*

Si $\hat{\rho} = 0 \;\therefore d \approx 2$ *No existe Autocorrelación Serial.*

Si $\hat{\rho} = 1 \;\therefore d \approx 0$ *Existe Autocorrelación Positiva.*

Mediante este gráfico se expresan los criterios de rechazo e indecisión de la hipótesis nula.



Esto implica que:

- Si d<dL existe evidencia de autocorrelación serial positiva.
- Si d> 4-dL existe evidencia de autocorrelación serial negativa.
- Si Du<d<4-dU no hay evidencia de autocorrelación.
- Si dL<d<dU o 4-dU<d<4-dL la prueba no es concluyente.

Prueba Breusch- Godfrey (Prueba LM)

- Esta prueba determina la existencia de autocorrelación de orden superior a uno.
- Consiste en estimar una regresión auxiliar con MCO y hacer un contraste sobre los parámetros de regresión.

i. Se estima un modelo:

$$y_t = X_t B + e_t$$

ii. Se realiza una regresión auxiliar para el contraste de la autocorrelación.

$$e_t = X_t \theta + \sum_{i=1}^{p} e_{t-i} + v_t$$

- Con estadísticos LM=T*R^2 y, en muestras grandes $T \sim \infty$ por lo que $LM \sim x^2(p)$

Ventajas de la Prueba Breusch- Godfrey (Prueba LM)

i. Fáciles de implementar.
ii. Se puede generalizar para detectar autocorrelación de orden superior.
iii. La distribución asintótica del estadístico LM para la prueba de autocorrelación hasta de orden p tiene una distribución de $X^2(p)$

Procesos de Perturbación Aleatoria

- Una de las primeras dificultades que surgen cuando las perturbaciones están autocorrelacionadas es el conocimiento del tipo de relación que las une; es decir, la expresión que tienen los elementos de la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones.

- Los procesos estocásticos más utilizados para especificar las correlaciones entre las perturbaciones son:

i. Modelos autorregresivos (AR)
ii. Modelos de medias móviles (MA).

- Los proceso de detección con Autorregresivos y Medias Móviles se hacen mediante la estimación planteada por Cochrane-Orcutt, y es un proceso iterativo que permite estimar el valor del parámetro de autocorrelación desconocido (rho).

Modelos Autorregresivos (AR)

- Modelo AR(1)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + e_t$$

- Modelo AR(2)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + e_t$$

- Modelo AR de orden(p)

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + e_t$$

Modelos de Medias Móviles (MA)

- Modelo MA(1)

$$y_t = \Theta_0 + \Theta_1 e_{t-1} + e_t$$

- Modelo MA(2)

$$y_t = \Theta_0 + \Theta_1 e_{t-1} + \Theta_2 e_{t-2} + e_t$$

- Modelo MA(q)

$$y_t = \Theta_0 + \Theta_1 e_{t-1} + \Theta_2 e_{t-2} + \cdots + \Theta_q e_{t-q} + e_t$$

- Combinando los modelos autorregresivos y modelos de medias móviles, se obtiene la combinación de un modelo ARMA.

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + e_t \Theta_1 e_{t-1} + \Theta_2 e_{t-2} + \cdots + \Theta_q e_{t-q} + e_t$$