ECONOMETRÍA
APLICADA UTILIZANDO R.

PAPIME PE302513 Libro electrónico y complementos didácticos en medios computacionales, para el fortalecimiento de la enseñanza de la econometría

Capítulo 9.

Análisis de Integración y Modelos de Cointegración: Aplicación en Software R.

Miguel Ángel Mendoza G.

Objetivo

En este capítulo se estudiarán las principales características de los datos al usar la econometría moderna. Tres temáticas principales: Integración, Cointegración y Estacionariedad.

Introducción

El análisis de integración y cointegración es parte de la metodología básica de la econometría moderna. La metodología establece que los datos que se observan de cualquier fenómeno económico, social o ambiental provienen de una variable aleatoria que se define por un Proceso Generador de Información (PGI) con un modelo estadístico, probabilístico y muestral.

La metodología econométrica moderna establece que cualquier indicador o variable puede usarse en el análisis, siempre y cuando cumpla con las tres condiciones para ser aleatoria. En el caso de que no se cumpla, se establece que la principal causa es debido a que no es constante y por el equilibrio no es convergente.

Por tanto, el análisis de integración consiste en analizar si los indicadores o variables de interés cumplen o no con ser aleatoria, con la ayuda de los conceptos de estacionario y las pruebas de raíz unitaria. En el caso de que no se cumpla con ser estacionaria, la metodología establece utilizar transformaciones por medio de la eliminación de tendencias deterministas o estocásticas.

Para aplicar las metodologías de análisis de integración y de cointegración, este capítulo se estructura de la siguiente manera: 1) El análisis de integración; 2) El análisis de cointegración de Engle-Granger y Johanse-Juselius; 3) Modelo de Corrección de Error; 4) Con el Modelo de Corrección de Error se analizan las implicaciones analíticas.

Análisis de Integración

El análisis de integración consiste en analizar si los indicadores o variables de interés cumplen o no con ser aleatorias, con la ayuda de los conceptos de estacionario y las pruebas de raíz unitaria. En el caso de que no se cumpla con ser estacionaria.

La metodología para entender si un indicador o variable cumple con ser aleatoria o estacionaria.

Las causas de no ser una variable estacionaria:

i. Sigue una tendencia lineal, cuadrática.
ii. Tendencia exponencial de tipo determinística o estocástica.

Si no se cumple la condición de estacionariedad el procedimiento siguiente será:

i. Eliminar la tendencia por medio del método de regresión.
ii. Eliminar la tendencia por medio del método de diferencias

Este último método es el más utilizado debido que la variable transformada se parece más a un proceso aleatorio en varianza y covarianza.

Al cumplimiento de estacionariedad del indicador o variable $y_{i,t}$ se identifica como orden de integración.

$$I(0) \;\; \rightarrow \;\; y_t \sim I(0)$$

Cuando no se cumple con tal condición se expresa como:

$$I(d), \qquad d > 0$$

Cuando la variable tiene un orden de integración, se expresa como:

$$I(1), y_t \sim I(1)$$

Y significa que al indicador se le aplicó una transformación de tipo Δy_t o $\Delta ln y_t$

Para Eliminar la Tendencia Lineal o Exponencial

Cuando la integración es de orden 2:

$$y_t \sim I(2)$$

Su transformación supone un atendencia cuadrática o cuadrática exponencial:

$$\Delta^2 y_t \text{ o } \Delta^2 ln y_t$$

Se sigue esto hasta aplicar *d* diferencias para que la variable transformada cumpla con ser estacionaria.

$$\Delta^d y_t \sim I(0) \quad \text{o} \quad \Delta^2 ln y_t \sim I(0)$$

Métodos para Identificar el Orden de Integración de una Variable

- Métodos que prueban la existencia de Raíz Unitaria (Unit Root).
- Pruebas que tienen variantes alrededor de la Prueba Dickey-Fuller (ADF).

Estacionariedad

- Para comprender el concepto de estacionariedad procederemos al análisis de las características que presentan series económicas generadas por un proceso estocástico no estacionario.
- Este concepto es de suma importancia en la teoría de la cointegración.
- La estacionariedad dice que la variables que no muestran tendencia a crecer a lo largo del tiempo se describen como estacionarias.
- Ejemplo: Se da con frecuencia la estacionariedad en los precios de las acciones, ya que tienen un comportamiento propio de los procesos de camino aleatorio debido a que no hay posibilidades de arbitraje y por consiguiente el precio actual es igual al precio anterior más un error impredecible

- Cuando el supuesto que nuestra variable y_t siga un proceso autorregresivo de primer orden AR(1), es decir que su valor actual depende de su valor anterior más un término de perturbación aleatoria.

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t$$

Donde:

$$u_t \sim RB(0, \sigma_u^2)$$

Donde u_t se supone sigue una distribución normal, con media cero y varianza constante, conocida como ruido blanco:

El coeficiente indica la trayectoria que sigue la variable y_t en el tiempo. Si resolvemos recursivamente la ecuación en diferencias tendremos el siguiente resultado:

$$y_t = \phi^t y_0 + \sum_{t=0}^{t-1} u_{t-1}$$

Si ϕ *< 0: la variable oscilará de signo.*

Si ϕ *> 1: la variable provocará un comportamiento explosivo sin limite.*

Si 0< $\phi \leq 1$ *Deseable que la variable oscile en este rango.*

Si ϕ *= 1: la variable no es estacionaria o Camino aleatorio.*

Lo deseable es que la variable se iguale a 1 por lo tanto su representación sería:

$$y_t = y_{t-1} + u_t$$

Condiciones de Estacionariedad

- La metodología econométrica moderna establece que se puede usar en el análisis cualquier variable o indicador siempre y cuando cumpla las siguientes condiciones para ser aleatoria:

1. Media finita y constante con respecto al tiempo.
2. Varianza finita y constante respecto al tiempo.
3. Covarianza finita, constante con respecto al tiempo, pero que dependa del tiempo en al definición de proceso autorregresivo.

- Para el cumplimiento de estas tres condiciones

1. El equilibrio debe existir.
2. Su dinámica debe ser convergente.

Prueba de Raíces Unitarias

- El análisis de raíces unitarias se puede derivar, si se considera que nuestra variable sigue un el modelo AR(1):

$$y_t = \phi y_{t-1} + u_t$$

Se simplifica el modelo:

$$y_t - \phi y_{t-1} = u_t$$
$$y_t - \phi L y_t = u_t$$
$$(1 - \phi L) y_t = u_t$$

Donde $(1 - \phi L)$ es un polinomio de grado 1 asociado al proceso autorregresivo de orden 1, que implica una solución homogénea que se resuelve suponiendo que la solución para la variable es igual a $y_t = \lambda^t$, donde λ es la raíz característica :

$$\lambda^t - \phi L \lambda^t = 0$$
$$\lambda^t - \phi \lambda^{t-1} = 0$$
$$\lambda^{t-1}(\lambda - \phi) = 0$$
$$\therefore \lambda = \phi$$

El parámetro es la raíz característica.

Prueba de Raíces Unitarias

- Con la ecuación en diferencias que se resolvió recursivamente, se pueden analizar tres posibilidades.

- Que la raíz característica es menor que uno $\lambda < 1\ por\ tanto\ \phi < 1$, lo cual implica que al aplicar $\lim_{t \to \infty} \phi^t = 0$ y la esperanza del proceso, se encuentre que $E(y_t) = 1/(1-\phi)$; cuando la raíz característica es unitaria o mayor que uno $\lambda = \phi \geq 1$, implica que al aplicar el $\lim_{t \to \infty} \phi^t = \infty$ y por tanto la esperanza del proceso sea igual a infinito $E(y_t) = \infty$.

Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF)

- Es una prueba donde se indaga la existencia de raíces unitarias.
- A diferencia de la DF, en la ADF el término de error sí está correlacionado.
- Para aplicar esta prueba

Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF)

- Para aplicar dichas pruebas vamos a partir de nuestro modelo de camino aleatorio puro, pero le restamos el término autorregresivo de los dos lados:

$$y_t - y_{t-1} = \phi y_{t-1} - y_{t-1} + u_t$$
$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t$$

Donde:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$
$$\gamma(\phi - 1)$$

- Con una raíz unitaria ϕ=1 y el parámetro γ=0 se puede aplicar MCO al modelo en primeras inferencias y sin constante.
- El coeficiente estimado del término autorregresivo se podría someter a la prueba usual de significancia estadística t para contrastar la hipótesis nula de raíz unitaria contra la alternativa de estacionariedad:

H_0: γ=0 por consiguiente ϕ=1

H_A: γ<0 por consiguiente ϕ<1

Desventaja de usar la Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF)

- Dickey y Fuller mostraron que las pruebas t usuales no son adecuadas, ya que el estadístico de prueba no sigue una distribución normal.

- Dickey y Fuller obtuvieron los valores críticos a través de simulaciones, denominados tau, τ, y encontraron que dependían del tamaño de muestra a utilizar.
- La prueba esbozada aquí nos permite afirmar que, de no existir evidencia en contra de la hipótesis nula, la serie no será estacionaria y seguirá una caminata aleatoria pura.

Prueba Tau de Dickey-Fuller

- Estas pruebas dan lugar a la posibilidad de probar si un modelo exhibe tendencias determinísticas.

a) $\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t$: $Camino\ Aleatorio\ Puro$.

$$\mathrm{H}o = Camino\ Aleatorio\ Puro$$
$$\mathrm{H}a = Proceso\ AR(1) Estacionario\ y\ Media\ Nula$$

$b)$ $\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + u_t$: $Camino\ A\ leatorio\ con\ Constante$

$$\mathrm{H}o = Camino\ Aleatorio\ con\ Constante$$
$$\mathrm{H}a = Proceso\ AR(1) Estacionario \text{ sin } Tendencia$$

$c)$ $\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma y_{t-1} + u_t$: *Camino Aleatorio con Constante, Tendencia Estocástica y Determinística.*

$$\mathrm{H}o = Camino\ Aleatorio$$
$$\mathrm{H}a = Proceso\ AR(1) Estacionario\ con\ Tendencia\ Determinística.$$

- Con estas pruebas los valores críticos son afectados por la inclusión de tendencias y constante.
- A partir del coeficiente γ se realizan las pruebas.

Prueba F

- Si se busca realizar una prueba para el conjunto de parámetros en cada modelo, se utiliza la prueba F.
- Esta prueba se construye a partir de los modelos con y sin restricciones
- A esta prueba se le conoce como:

ϕ_1, ϕ_2 y 3.

a) Prueba ϕ_1

$$Ho:\ \gamma=0$$
$$Ha: \gamma \neq 0$$

b) Prueba ϕ_2

$$Ho:\ \alpha = \gamma=0$$
$$Ha: \alpha \neq \gamma \neq 0$$

c) Prueba ϕ_3

$$Ho:\ \alpha = \beta = \gamma=0$$
$$Ha: \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 0$$

Para Evitar Falsear la Prueba es Conveniente:

1. Graficar los datos. Si la serie original presenta tendencia, se debe incluir tendencia e intercepto.
2. Si no parece tener tendencia y su media no es cero, sólo incluir intercepto.
3. Si parece fluctuar en torno a su valor medio cero, no incluir ni tendencia e intercepto